

IMPLICAȚII ALE PROPRIETĂȚILOR METODEI CELOR MAI MICI PĂTRATE ASUPRA DETERMINĂRII FRONTIEREI PRODUCȚIEI

Florin-Marius Pavelescu

Analiza performanțelor unei entități economice sub aspect cantitativ în cursul unei perioade presupune relevarea atât a evoluției nivelului productivității diferenților factori de producție, cât și a gradului de utilizare a potențialului productiv disponibil în respectivul interval de timp. Din acest motiv în literatura de specialitate a ultimelor decenii, s-a acordat o tot mai mare importanță conceptelor de frontieră a producției (outputul ce poate fi obținut pe o unitate de input în condițiile celei mai bune practici) și de eficiență tehnică (raportul dintre nivelul realizat al productivității unui factor și cel rezultat din frontieră producției) introduse de M.J. Farrell (1).

Determinarea frontierei producției se face atât prin metode parametrice, cât și neparametrice. Cele dintâi se bazează pe estimarea parametrilor unor funcții de producție avându-se în vedere forme transformate ale metodei celor mai mici pătrate. Dar uneori rezultatele obținute apar ca fiind cel puțin "ciudate", dacă nu se ține cont de proprietățile metodei de estimare.

1. Implicațiile extinderii numărului de factori asupra mărimii estimate a parametrilor funcției de producție

Pentru a se determina raporturile dintre evoluția outputului și cantitățile alocate de factori funcția de producție Cobb-Douglas se utilizează atât pornindu-se de la premisa randamentelor de scară nonconstante (când nu se impun restricții referitoare la suma elasticităților), cât și în cea a randamentelor constante de scară (suma elasticității este egal cu 1).

În acest ultim caz se estimează în fapt elasticitatea productivității muncii în ra-

În cele ce urmează pornind de la proprietățile metodei celor mai mici pătrate, ne propunem să nuantăm semnificația parametrilor estimati ai funcției Cobb-Douglas cu randamente de scară constante și progres tehnic neîncorporat, precum și implicațiile ce decurg asupra frontierei producției.

Materialul este structurat în patru părți referitoare la:

1. implicațiile extinderii numărului de factori asupra mărimii estimate a parametrilor funcției de producție;
2. funcția de producție Cobb-Douglas cu progres tehnic neîncorporat, ținând cont că această funcție este folosită în literatura de specialitate pentru determinarea frontierei producției(2);
3. unele aspecte metodologice ale determinării frontierei producției;
4. rezultatele unor estimări ale frontierei producției pe baza unor date referitoare la economia României.

port cu înzestrarea cu factori de producție a forței de muncă (3). De asemenea, se mai poate remarcă caracterul dual al funcției în sensul că diferența dintre unu și suma elasticităților productivității muncii în raport cu înzestrarea tehnică a muncii cu factori de producție reprezintă în realitate complementara elasticitatea factorilor de producție, alții decât forța de muncă, în raport cu înzestrarea tehnică a muncii cu respectivii factori de producție (4).

Aceasta se demonstrează plecând de la forma generală a funcției de producție Cobb-Douglas respectiv:

$$\ln Y = \ln A_n + \sum_{K=1}^n d_{nK} \times \ln X_k$$

unde: Y = outputul

X_k = factori de producție

Împunerea condiției ca suma elasticităților să fie egală cu 1 implică:

$$\ln(Y/L) = \ln A_n^* + \sum_{K=1}^{n-1} d_{nK}^* \times \ln(X_k/L)$$

unde L = forță de muncă

Se poate demonstra (5) că într-o funcție cu n factori de producție ($n > 1$) elasticitatea estimată (d_{nk}) a outputului în raport cu unul dintre factori (X_k) se poate scrie astfel:

$$d_{nk} = d_{1k} T_{nk} \quad (1)$$

unde d_{1k} = elasticitatea estimată în cazul funcției cu un singur factor de producție și este egală cu raportul dintre covarianta între logaritmii indicilor cu bază fixă ai variabilei rezultative și cei ai factorului de producție, pe de o parte și dispersia logaritmilor indicilor cu bază fixă ai factorului de producție, pe de altă parte.

T_{nk} = coeficient de aliniere care depinde de numărul de factori ai funcției de producție, precum și de intensitatea legăturii dintre modificările cantităților alocate de factori și a variabilei rezultative.

Având în vedere relația (1), rezultă că elasticitatea estimată în cazul funcției cu un singur factor de producție poate fi considerată drept elasticitate propriu-zisă, nefiind influențată de numărul de factori, în timp ce elasticitatea estimată pentru funcția cu mai mulți factori de producție poate fi definită drept elasticitate derivată.

Deoarece în cazul unei funcții cu mai mulți factori de producție elasticitatea variabilei rezultative în raport cu un factor (d_{nk}) este produsul dintre elasticitatea propriu-zisă (d_{1k}) și coeficientul de aliniere (T_{nk}), o importanță deosebită debândește semnul acestei elasticități.

Există patru situații posibile și anume:

1) $d_{1k} > 0$ și $T_{nk} > 0$; deci $d_{nk} > 0$.

Rezultă o elasticitate pozitivă, ce caracterizează evoluția în același sens a variabilei rezultative și a factorului considerat.

2) $d_{1k} < 0$ și $T_{nk} > 0$, deci $d_{nk} < 0$.

Vom denumi acest tip de elasticitate, elasticitate negativă de divergență. Apare în cazul unei evoluții divergente între sensul modificării variabilei rezultative și sensul modificării factorului considerat.

3) $d_{1k} > 0$ și $T_{nk} < 0$, deci $d_{nk} < 0$.

În acest caz apare elasticitatea negativă de aliniere (de schimbare de semn). Acest tip de elasticitate rezultă în cazul unei evoluții în același sens a variabilei rezultative și a factorului analizat, semnul negativ fiind determinat de valoarea mai mică decât zero a coeficientului de aliniere.

4) $d_{1k} < 0$ și $T_{nk} < 0$, deci $d_{nk} > 0$.

În acest caz avem de-a face cu o elasticitate divergentă mascată. Aceasta apare ca o combinare între elasticitatea negativă divergentă și elasticitatea negativă de aliniere.

Înănd cont de aceste caracteristici ale elasticităților estimate, în cazul funcției cu mai mulți factori este recomandabil ca alături de estimarea elasticității în funcția de producție avută în vedere să se calculeze și elasticitățile propriu-zise pentru a se stabili tipul elasticității, respectiv coeficientul de aliniere.

Coefficientul de aliniere pentru elasticitatea derivată (T_{nk}) a variabilei rezultative (Z) în raport cu factorul de producție X_k se poate scrie:

$$T_{nk} = \sum_{j=1}^{n-1} \frac{R_{jL}}{R_{kj}} \times (-1)^{j+K} \frac{M_{jk}}{\det(A)}$$

unde:

n = numărul de factori ai funcției de producție;

R_{jL} = coeficientul de corelație între logaritmii factorului X_j și logaritmul variabilei rezultative;

R_{kj} = coeficientul de corelație, între logaritmii factorului X_k și logaritmii variabilei rezultative;

M_{jk} = minorul determinantului matricei A, corespunzător liniei j și coloanei K;
 $\det(A)$ = determinantul matricei A, formată cu coeficienții de corelație între logaritmii factorilor de producție.

Pe măsură ce crește numărul de factori de producție, mărimea coeficientului de aliniere depinde mai puțin de intensitatea legăturii dintre modificarea variabilei rezultative și a factorului respectiv și mai mult de intensitatea legăturilor dintre modificarea capacitaților alocate din diferiți factori de producție.

Atunci când între modificările factorilor avuți în vedere există o tendință spre o legătură liniară, coeficienții de aliniere tind spre egalizare. În acest caz:

$$T_{nk} = \lim_{R \rightarrow 1} \frac{(1-R)^{n-1}}{R \cdot (1+(n-1)R) \times (1-R)^{n-1}} = \frac{1}{n}$$

Având în vedere mărimea coeficientelor de aliniere într-o funcție cu n factori de producție aceștia din urmă se pot clasifica în factori principali dacă au coeficienți de aliniere mai mari ca $(1/n)$, factorii secundari fiind aceia pentru care coeficienții de aliniere sunt mai mici decât $(1/n)$.

Suma coeficientelor de aliniere în valori în jurul lui 1. În concluzie, coeficienții de aliniere reprezintă evaspondenți, reflectând locul ocupat de factorii de producție în cadrul funcției din punct de vedere al intensității legăturilor dintre modificările cantitative ale factorilor alocati și a variabilei rezultative.

În cazul unei funcții cu n factori de producție, numărul variabilelor care determină mărimea coeficientelor de aliniere este egal cu $\frac{(n-1)(n+2)}{2}$, respectiv suma numărului de coeficienți de corelație dintre logaritmii indicilor factorilor de pro-

ducție, precum și $(n-1)$ rapoarte dintre doi coeficienți de corelație între logaritmul indicilor variabilei rezultative și logaritmii indicilor factorilor de producție consecutivi din punct de vedere al ordinii crescătoare a valorii absolute a acestor coeficienți.

În legătură cu mărimea coeficientilor de aliniere, în cazul funcției de producție cu n factori, se impun câteva remarci:

a) dacă nu apar coeficienți de aliniere negativi, pe măsura creșterii numărului de factori din funcția de producție, elasticitatea estimată a variabilei rezultative în raport cu un factor de producție tinde să scadă în valoare absolută;

b) cu cât numărul de factori de producție este mai mare, crește posibilitatea, mai ales dacă există un număr mare de factori principali, ca să apară coeficienți de aliniere cu semn negativ.

Parametrul A_n poate fi scris în cazul unei funcții de producție cu rândamente de scară constantă astfel:

$$\ln A_n^* = \ln (V_L)^r - \sum_{K=1}^{n-1} d_{nK}^* \times \ln (X_K/L)^r$$

(V_L) = indicele reprezentativ (media geometrică a indicilor cu bază fixă) al productivității muncii;

X_K/L = indicele reprezentativ al înzestrării tehnice cu factorul X_K

Se observă că formula de calcul a lui A_n se apropie de cea a productivității totale a factorilor propusă în lucrările lui Tornqvist și Solow. Deci A_n are un caracter rezidual. De asemenea se mai poate remarcă faptul că valoarea lui A_n tinde să scadă cu cât accelerarea sporirii productivității muncii este mai mare comparativ cu cea a ansamblului înzestrării tehnice. În concluzie A_n poate fi definit drept un parametru rezidual-compensatoriu (6).

2. Funcția de producție Cobb-Douglas cu rândamente de scară constantă și progres tehnic neîncorporat

Un factor cu o considerabilă influență asupra evoluției eficienței diferenților fac-

tori de producție îl constituie, fără îndoială, progresul tehnic. Formele concrete de

manifestare a progresului tehnic sunt multiple, fiind rezultatul transformărilor structural-calitative ale factorilor de producție.

Dacă la nivel microeconomic progresul tehnic are un caracter discret, la nivel macroeconomic avansurile din tehnica se manifestă în timp ca un proces continuu.

Având în vedere această ultimă caracteristică în cadrul funcției de producție Cobb-Douglas s-a introdus alături de cei doi factori de producție inițiali, respectiv forța de muncă (L) și capitalul fix (K) și factorul timp (t), funcția luând forma:

$$\ln(Y/L) = \ln A_2 + b_2 \ln(K/L) + g_2 t$$

unde:

b_2 = elasticitatea productivității muncii în raport cu înzestrarea tehnică

g_2 = parametrul progresului tehnic neîncorporat.

Introducerea factorului timp în cadrul funcției de producție este de natură să reeve mai bine caracteristicile procesului de creștere a productivității muncii, respectiv de evoluție a productivității capitalului și a înzestrării tehnice, repartizarea și stabilitatea acestora în timp.

Progresul tehnic neîncorporat constituie de fapt un indicator al evoluției exponentiale a variabilei rezultative (productivitatea muncii). Cu alte cuvinte, progresul tehnic neîncorporat definește atât ritmul de ansamblu al creșterii productivității muncii, stabilitatea în timp a acestei creșteri, mai ales prin prisma elasticității propriu-zise, precum și corelațiile care au avut loc în perioada analizată, între modificarea productivității muncii, a înzestrării tehnice și factorul timp (prin intermediul coeficienților de aliniere).

Introducerea factorului timp în funcția de producție analizată are ca efect o amplificare a caracterului dual al acestea, în sensul că se pot determina atât raporturile în care se află productivitatea muncii, și cea a capitalului, față de modificarea înzestrării tehnice, cât și stabilitatea în timp a acestei evoluții.

Cât privește valorile pe care le poate lua elasticitatea productivității muncii în raport cu înzestrarea tehnică (b_1) este necesar să se țină cont că în condiții economico-sociale normale, cele două variabile menționate anterior tend să sporească (7).

Deci mărimea lui b_1 este determinată în mod esențial de evoluția productivității capitalului, rezultând două cazuri:

a) $0 < b_1 < 1$, dacă productivitatea capitalului tinde să scadă;

b) $b_1 > 1$ dacă productivitatea capitalului înregistrează creșteri.

În cazul acestei funcții de producție de doi factori, coeficienții de aliniere sunt:

- pentru elasticitatea productivității muncii în raport cu înzestrarea tehnică (T_{2b}):

$$T_{2b} = \frac{r - R}{r(1 - R^2)}$$

- pentru parametrul programului tehnic neîncorporat (T_{2g}):

$$T_{2g} = \frac{1 - Rr}{1 - R^2}$$

unde:

R = coeficientul de corelație al logaritmilor înzestrării tehnice și factorul timp; ($R(\ln(K/L); t)$).

r = raportul între coeficientul de corelație al logaritmilor productivității muncii înzestrării tehnice - $R(\ln(Y/L); \ln(K/L))$

- și coeficientul de corelație al logaritmilor productivității muncii și factorul timp - $R(\ln(Y/L); t)$.

Dacă r este mai mare decât unu, factorul principal este înzestrarea tehnică, iar dacă r este mai mic decât 1, factorul principal îl constituie factorul timp. În ipoteza creșterii constante a productivității muncii și a înzestrării tehnice, valoarea lui r este mai mare decât zero.

Similar se pot stabili coeficienții de aliniere în cazul în care variabila rezultativă o constituie productivitatea capitalului.

Având în vedere caracterul dual al funcției de producție analizate, precum și valorile care pot fi luate de elasticitățile propriu-zise și coeficienții de aliniere se

pot obține următoarele 8 tipuri de creșteri a productivității muncii, relativ la înzestrarea tehnică și factorul timp în corelație cu evoluția productivității capitalului.

A) $b_1 > 1$; $a_1 < 0$. Productivitatea capitalului crește.

1. $b_2 > b_1 > 1$; $g_2 < 0$; $a_2 < a_1 < 0$

Factorul principal atât pentru productivitatea muncii, cât și pentru productivitatea capitalului este înzestrarea tehnică. Coeficientul de aliniere pentru b_2 este supraunitar, ceea ce înseamnă că modificarea înzestrării tehnice a fost factorul cu influență sporită în evoluția variabilei rezultative. Semnul negativ al parametrului progresului tehnic neîncorporat semnifică o evoluție relativ instabilă în timp a variabilei rezultative.

2) $b_1 > b_2 > 1$; $g_2 > 0$; $a_1 < a_2 < 0$

Înzestrarea tehnică este factorul principal pentru modificarea productivității muncii și are o influență comparativ mai redusă în raport cu productivitatea capitalului.

Totodată, creșterea productivității capitalului are o mai mare stabilitate relativă în timp, decât cea a productivității muncii. În acest caz, pentru productivitatea capitalului factorul principal poate fi atât înzestrarea tehnică, cât și factorul timp.

3) $b_1 > 1 > b_2$; $g_2 > 0$; $a_1 < 0 < a_2$

Factorul timp constituie factorul principal pentru productivitatea capitalului, înzestrarea tehnică influențând întărirea unei creșteri mai mică această creștere. Pentru sporirea productivității muncii factorul principal poate fi, în această situație, atât înzestrarea tehnică, cât și factorul timp.

4) $b_1 > 0 > b_2$; $g_2 > 0$; $a_1 < 1 < a_2$

Factorul principal este atât pentru evoluția productivității muncii, cât și pentru productivitatea capitalului, factorul timp. Coeficientul de aliniere pentru progresul tehnic neîncorporat este în ambele cazuri supraunitar, ceea ce semnifică o creștere relativ stabilă a celor doi indicatori și o influență scăzută a modificării înzestrării tehnice în cadrul acestui proces de sporire

a eficienței.

B) $b_1 < 1$; $a_1 > 0$. Productivitatea capitalului descrește.

5) $b_1 < 1 < b_2$; $g_2 < 0$; $a_1 > 0 > a_2$

Factorul principal pentru creșterea productivității muncii este înzestrarea tehnică.

Sporurile de productivitate a muncii se obțin prioritar pe seama înzestrării tehnice, paralel cu o legătură relativ slabă între modificarea nivelului înzestrării tehnice și cel al productivității capitalului.

6) $b_1 < b_2 < 1$; $g_2 < 0$; $a_1 > a_2 > 0$.

Și în acest caz creșterea productivității muncii este puternic dependentă de sporirea înzestrării tehnice (coefficient de aliniere supraunitar).

Dacă asemenea, există o legătură mai puternică între evoluția productivității capitalului și sporirea înzestrării tehnice, aceasta din urmă putând constitui fie factor principal, fie factor secundar.

7) $b_2 < b_1 < 1$; $g_2 > 0$; $a_2 > a_1 > 0$.

Factorul timp și înzestrarea tehnică exercitată asupra productivității muncii o influență moderată, fiecare din cei doi factori putând să fie factor principal sau factor secundar.

Scăderea productivității capitalului are un caracter oscilant, iar intensitatea legăturii dintre evoluția acesteia și înzestrarea tehnică este mai puternică (coefficient de aliniere supraunitar).

8) $b_2 > 0 > b_1$; $g_2 > 0$; $a_1 < 1 < a_2$.

Cresterea productivității muncii manifestă stabilitate și regularitate în timp. În cadrul acestui proces înzestrarea tehnică nu mai joacă aparent un rol primordial. Tinând cont de legătura mai puternică între modificarea nivelului productivității capitalului și cel al înzestrării tehnice, tendința de reducere a productivității capitalului apare ca fiind subordonată procesului de substituire a forței de muncă, obținerii unei creșteri stabile în timp a productivității muncii.

3. Unele probleme metodologice ale determinării frontierei producției

Parametrii obținuți prin metoda celor mai mici pătrate reprezintă în realitate media (8) și nu integralitatea potențialului productiv, dacă avem în vedere diferențele dintre valorile estimate și cele observate ale outputului. În consecință adoptându-se ipoteza consistenței valorilor estimate ale elasticităților s-au propus modificări ale factorului rezidual, astfel încât noua formă a funcției să reflecte frontiera producției.

În modelele deterministe, pornindu-se strict de la definiția inițială a frontierei producției se utilizează metoda celor mai mici pătrate modificate (MOLS) care constă în adăugarea la valoarea factorului rezidual a celei mai mari diferențe dintre mărimea observată și cea estimată a outputului (U_{max})⁹⁾. În acest fel diferențele dintre valorile observate și cele ale funcției estimate sunt considerate ca reflectând ineficiența tehnică. Această abordare prezintă o serie de neajunsuri cum sunt:

- a) conduce la mărimi relativ ridicate ale ineficienței tehnice;
- b) în eventualitatea utilizării unei funcții cu 2 factori (înzerarea tehnică și factorul timp) posibilitatea apariției elasticității negative de aliniere face ca nivelul maxim al eficienței tehnice să fie atins în punctul de maximă divergență între valoarea observată și cea estimată ceea ce este discutabil;
- c) ținând cont de semnificația valorii estimate inițial a factorului A_2 considerăm că în funcția care definește frontiera producției, acesta nu ar trebui amalgamat cu U_{max} , ci evidențiat separat.

În modelele stocastice, prin utilizarea metodei celor mai mici pătrate corectate (COLS) se consideră că diferențele dintre valorile observate și cele estimate reflectă atât ineficiența tehnică, cât și acțiunea

unor factori aleatori. Dacă se adoptă ipoteza unei distribuții seminormale a acestor diferențe termenul cu care trebuie corectată funcția inițială (u_s) este:

$$u_s = \sqrt{\frac{2}{\Pi}} \times D(u) \quad (7)$$

unde $D(u) =$ abaterea medie pătratică a diferențelor dintre valorile observate și cele estimate. La fel ca și în cazul determinist și în cazul stocastic (u_s reprezintă în fapt un factor de corecție a frontierei) considerăm că trebuie evidențiat separat de factorul rezidual de compensare. Deoarece în mod normal $u_s < U_{max}$, diferențele ce depășesc ca mărime u_s sunt considerate ca o consecință a acțiunii unor factori aleatori, în timp ce cele aflate sub acest prag ca reflectând ineficiența tehnică. Se poate observa că nivelul eficienței tehnice devine dependent de acțiunea concomitantă a mai multor factori.

În aceste condiții considerăm că este necesară o analiză mai detaliată atât a raportului în care se află u_s și U_{max} , precum și a factorilor care determină valoarea $D(u)$, respectiv amplitudinea, abaterea față de zero a mediei, precum și gradul de concentrare a respectivei diferențe.

Modelul de analiză ar putea fi:

$$\frac{u_s}{U_{max}} = \sqrt{\frac{2(t-1)}{\Pi}} \times \frac{|U_{min}|}{U_{max}} \times \\ \times \left(1 + \frac{u}{|U_{min}|}\right) \times g$$

unde: U_{min} = valoarea absolută a diferenței minime dintre mărimea observată și cea estimată a outputului;

u = media diferențelor dintre valorile observate și cele estimate ale outputului

t = numărul de ani ai perioadei analizate

g = coeficientul de variație în formă standardizată (se obține prin împărțirea coeficientului de variație la $\sqrt{t-1}$, eliminându-se astfel influența numărului de ani). Se observă că g ia valori cuprinse între 0 și 1.

4. Rezultatele unor estimări

Pentru ilustrarea celor arătate anterior s-a determinat frontiera producției pentru România anilor 1971-1987 cu ajutorul funcției de producție $\ln(Y/L) = \ln A_2 + b_2 \ln(K/L) + g_2 t$, pe baza datelor din Economic Survey of Europe, 1988-1989.

Perioada respectivă a fost caracterizată de creșteri sensibile și continue ale productivității muncii și înzestrării tehnice fapt reflectat de mărimea indicilor reprezentativi care au fost de 203,6% și respectiv, de 214,3%. Funcția estimată este: $\ln(Y/L) = \ln l,137 + 2,4780 \ln(K/L) - 0,1451 t$, iar raportul de corelație de 0,98523, ceea ce arată că ecuația estimată explică în mare măsură evoluția productivității muncii. Se observă că factorul principal îl constituie înzestrarea tehnică a cărei accelerare este

mai mare decât cea a productivității muncii. Privită prin prisma valorii coeficientului de corelație R (care este egal cu 0,99809) creșterea înzestrării tehnice apare ca fiind de o remarcabilă stabilitate, fiind o reflectare a modelului de creștere economică din acea perioadă bazat într-o foarte mare măsură pe constanța fluxurilor investiționale.

Valoarea foarte ridicată a lui R constituie principala cauză a puternicei diferențieri a elasticităților chiar și în condițiile unei corelații puternice (de peste 96%) și relativ, apropiate ca intensitate între logaritmii înzestrării tehnice și cei ai productivității muncii, pe de o parte și dintr-acestia din urmă și factorul timp pe de alta (tabelul nr.1).

Tabelul nr.1

**Elemente care determină mărimea elasticității derivate
a productivității muncii în raport cu înzestrarea tehnică și factorul timp**

	Inzestrarea tehnică	Factorul timp
Elasticitatea propriu - zisă a produc.muncii în raport cu:	0,6946	0,0557
1.coeficientul de corelație dintre logaritmii produc.muncii și:	0,97300	0,96157
2.coeficientul de aliniere	3,56752	-2,60502

Deși elasticitățile propriu-zise reflectă tendințe de diminuare a productivității capitalului comparabilă cu cea înregistrată în perioada respectivă în RFG sau mai redusă decât în Japonia sau Cehoslovacia și o dinamică remarcabilă a productivității muncii, valorile elasticităților derivate creionează aparent o tendință contrară. Este în fapt reflexul unei puternice dependențe relative a productivității muncii de înzestrare tehnică, ceea ce a condus în timp la frânarea posibilităților de sporire a eficienței utilizării forței de muncă.

Deoarece $D(u) = 0,048653$, din punct de vedere stocastic frontiera producției se poate scrie: $\ln(Y/L) = 0,388 + \ln l,137 + 2,1780 \ln(K/L) - 0,1451 t$.

Diferența maximă între valoarea observată și cea ajustată a outputului este de 0,08690 aferentă anului 1987, ceea minimă de -0,097741 aferentă anului 1984, iar media acestor diferențe este foarte apropiată de zero ($u=0,0000012$), gradul de concentrare al acestora fiind relativ redus ($g=12,44\%$).

Anii în care se atinge nivelul maxim (100%) al eficienței tehnice sunt 1978, 1979 și 1987, când datorită acțiunii factorilor aleatori frontiera producției a fost depășită cu 1,6%, 1,8% și respectiv, cu 4,5%. Nivelurile cele mai scăzute ale eficienței tehnice sunt înregistrate în 1971 (53,2%), 1972 (77,6%) și 1984 (87,1%). Cele mai mari diferențe relative dintre mă-

rimile observate și cele estimate ale productivității muncii se întâlnesc pentru valoarea minimă în primul an și pentru

valoarea maximă în ultimul an al perioadei, datorită puternicei polarizări a coeficienților de aliniere (tabelul nr.2).

**Eficiența tehnică și influența factorilor aleatori
în România în perioada 1971-1987**

Tabelul nr.2

Anul	Eficiența tehnică	Factori aleatori - % -
1971	53,2	
1972	77,6	
1973	91,5	
1974	98,2	
1975	94,7	
1976	98,1	
1977	99,0	
1978	100,0	
1979	100,0	1,6
1980	98,4	1,8
1981	96,0	
1982	92,0	
1983	88,2	
1984	87,1	
1985	93,5	
1986	97,5	
1987	100,0	4,5