Identificarea ecuației cererii agregate – caz simplificat – Suport teoretic în fundamentarea politicilor antiinflaționiste

Livia CHISĂGIU

Faptul că o mişcare importantă în economia reală, precum variația prețului a determinat variația punctului de echilibru simultan al celor două piețe – de bunuri şi de valori – identificat cu ajutorul modelului macroeconomic IS – LM ne-a incitat la reflecție pe tema mai sus-menționată.

Un al doilea fapt de egală importanță legitimizează demersul nostru teoretic, anume: acela că în literatura economică echilibrul macroeconomic, reflectat cu ajutorul celor două modele, IS-LM şi al cererii şi ofertei agregate este identificat cu ajutorul unor curbe care constituie reprezentarea grafică a unor ecuații lineare.În caz contrar, dacă literatura economică nu ar fi acceptat identificarea echilibrului macroeconomic,precum şi tratarea unor teme majore,ca inflația prin cerere şi inflația prin costuri, pe caz simplificat, cînd cererea agregată este exprimată printr-o funcție de gradul I şi reprezentată printr-o dreaptă, rodul reflecției noastre mai sus menționate nu ar fi fost legitimizat. Altfel spus, ar fi trebuit demonstrată coliniaritatea punctelor de echilibru simultan, identificate cu ajutorul modelului IS – LM, dar generate de variația prețului din economia reală, faptul că echilibrul simultan dinamic se înscrie pe o dreaptă şi nu pe o curbă convexă.

Dar atâta vreme cât literatura macroeconomică acceptă cel puțin pentru orientare, dacă nu pentru calcul riguros dreapta, ca reprezentare grafică a funcției liniare asociată cererii agregate ne-am propus şi noi adâncirea studiului acestei funcții asociată cererii.

Pentru a ajunge la ecuația lineară, materializată în dreapta cererii agregate (din lucrările de macroeconomie) am plecat în mod firesc de la variația prețului, care determină întreaga mişcare în mecanismul macroeconomic, inducând, în final, o variație asociată în venitul real y.

Cum, de dorit este ca unei scăderi date a prețului -p- să îi corespundă o creştere mai mare a venitului real y, ceea ce ar însemna o dreaptă aplatizată şi mai mult, aceasta fiind şi reprezentarea predilectă în macroeconomie, ne-a preocupat identificarea unei funcții, asociate unei astfel de reprezentări grafice.

Din cele mai sus-menționate pentru identificarea funcției care ne preocupă, dispunem de următoarele date:

- plasarea pe ordonată a lui p şi pe abscisă a lui y;
- un punct inițial de echilibru E, de coordonate p_0,y_0-E(p_0,y_0); al doilea punct de echilibru E_1, generat prin variația prețului îşi pierde semnificația pentru obiectivul urmărit de noi, după ce am determinat variațiile asociate ale celor două variabile, respectiv Δp, Δy.
- Δp induce un Δy, unde $\Delta p < \Delta y$.

Conform exigențelor geometriei

analitice ecuația se poate scrie astfel:

$P-p_0=-\Delta p/\Delta y*(y-y_0)$

$P=-\Delta p/\Delta y*y+p_0+\Delta p/\Delta y*y_0$

$p_0+\Delta p/\Delta y*y_0$ - termenul liber al funcției

Am determinat funcția P(y) - conform reprezentării grafice din lucrările de macroeconomie, unde variabila P este plasată pe ordonată în chip de variabilă dependentă, iar variabila y pe abscisă, drept variabilă independentă.

Această funcție P(y) este de necontestat atât din punct de vedere matematic,cât şi ca semnificație economică; matematic şi economic aceste două unghiuri de vedere, de fapt, se împletesc în sensul următor: prin legea de corespondență exprimată mai sus, caracteristică unei drepte aplatizate P(y), aşa cum am presupus noi, unei variații date a variabilei independente y, îi corespunde o variație mai mică a variabilei dependente P. Aceasta se traduce în termenii geometriei analitice prin existența unui unghi ascuțit cu abscisa al dreptei şi, firesc, un coeficient unghiular subunitar.

Aceste ultime detalii de ordin matematic nu prezintă semnificație majoră pentru economist, dar sunt indispensabile pentru redarea cu fidelitate a fenomenului economic.

Mişcarea de la un punct inițial de echilibru (E_0) către un altul (E_1), ne-a furnizat variațiile asociate ale celor două variabile p şi y.Datele sunt suficiente pentru a identifica atât funcția liniară P(y), cât şi funcția inversă a acesteia Y(p), precizând că în cazul ambelor variațiile asociate ale celor două variabile rămân identice, ceea ce se schimbă de la o funcție la alta este numai raportul lor care conferă panta dreptei - aplatizată sau abruptă, în cazul nostru, întrucât $\Delta p \neq \Delta y$.

În mod legitim se pune întrebarea de ce nu ne mulțumim numai cu dreapta aplatizată descrisă de funcția P(y) şi dorim imperios inversarea acesteia?

Argumentăm mai jos demersul nostru. Cele două funcții, P(y) şi Y(p), la fel de corect determinate din punct de vedere matematic, au şi o utilitate economică egală. Din acest punct de vedere putem afirma cu tărie că nu suntem de loc în dilemă atunci când trebuie să alegem una sau alta dintre ele, în vederea unui calcul macroeconomic. Selectarea uneia din cele două funcții se face în raport de cine este variabila dependentă şi respectiv independentă.

Funcția P(y) descrisă mai sus este generată de plasarea lui p pe ordonată şi a lui y pe abscisă, aşa cum se întâlneşte în literatura de specialitate.

Considerăm că suntem îndreptățiți să remarcăm că această reprezentare grafică nu redă sensul mişcării macroeconomice, descrise în text: variația prețului fiind punctul de plecare şi aceea care induce în final, variația venitului real.

În mod firesc ar fi trebuit ca prețul (p) să fie variabila independentă (care variază) şi y variabila dependentă (care prin legea de corespondență ia valori asociate lui p).

Atunci cînd are loc în economie o mişcare de sensul celei descrise mai sus – o variație a prețului care printr-un şir de reacții induce în final, o variație a venitului real - funcția deja identificată P(y) nu are o utilitate nemijlocită. În această situație, pentru noi, interes prezintă func-ția Y(p) care ne oferă direct valoarea lui y – prin legea de corespondență care asociază cele două variabile – în funcție de valoarea lui p la un moment dat, în condițiile variației lui.

Desigur câ în mod indirect îl putem determina pe y, cînd p variază şi cu ajutorul funcției P(y) Dar această cale se reduce la a-l extrage pe y din P(y), ceea ce nu înseamnă altceva, decât inversarea funcției inițial determinate P(y) şi identificarea lui Y(p).

Deci adoptând aparent o cale ocolită pentru determinarea lui y, când p variază ajungem inevitabil la inversarea funcției P(y) şi determinarea funcției Y(p).

Este limpede deci că funcția proprie unei mişcări macroeconomice de tipul celei descrise mai sus (variația prețului induce o variație a venitului real) este Y(p) care ne oferă direct, valoarea venitului, în funcție de variația prețului.

O dată acest aspect major clarificat, identificarea funcției matematice care exprimă sensul mişcării macroeconomice, problema care se pune este modalitatea de determinare.

Plasarea pe axe a celor două variabile, aşa cum este făcută în literatura economică de specialitate ne-a făcut lesnicioasă identificarea funcției P(y). Am conştientizat însă că această funcție nu permite obținerea nemijlocită a variației venitului, în funcție de variația prețului. Am procedat atunci la extragerea lui y din ecuație, ceea ce nu înseamnă altceva – aşa cum menționăm mai sus – decît inversarea funcției P(y), respectiv o cale ocolită pentru determinarea funcției Y(p).

În mod direct, aceeaşi funcție o puteam determina plecând de la coordonatele punctului inițial de echilibru E_o, respectiv $p_{o,}$ y_o şi de la variațiile asociate ale celor două variabile p, y, între E_o, E_1 ca şi în cazul funcției anterior determinate P(y). Singura deosebire este că nu trebuia să mai fim tributari plasării pe axe a celor două variabile, aşa cum o regăsim în literatură; altfel spus, în acest caz trebuia să conştientizăm de la început, că atât sensul mişcării macroeconomice, cât şi cel matematic (y în funcție de p) determinat de cel dintâi, indică drept variabilă dependentă pe y şi independentă p.

Acest aspect este determinant pentru legea de corespondență dintre cele două variabile, materializată în:

a) panta dreptei; în acest ultim caz, coeficientul unghiular al dreptei cu abscisa va fi Δ_y/Δ_p, adică valoarea inversă a pantei funcției P(y), (fără însă a-l obține prin inversarea acestei funcții);

b) inversarea plasării pe axe a variabilelor nu determină numai inversarea pantei funcției, ci îi schimbă şi termenul liber, aspect asupra căruia vom reveni.

În cazul în care optăm pentru determinarea funcției y(p) pe cale directă nu există nici un impediment să arătăm că cele două funcții determinate independent, (dar cu aceeaşi bază de date) sunt funcții inverse.

Redăm mai jos cele două modalități de determinare a funcției care ne-a preocupat prioritar, în mod justificat, oferindu-ne variația venitului la o variație dată a prețului.

Din fidelitate pentru etapele demersului întreprins de noi vom reda mai întâi, obținerea funcției Y(p), prin inversare din P(y).

Cu datele deja menționate pe parcursul acestei expuneri, P(y) se poate scrie astfel:

$P – p_o = - \Delta_p/\Delta_y \times (y – y_o)$;

$P = - \Delta_p/\Delta_y \times y + \Delta_p/\Delta_y \times y_o + p_o$

Vom inversa funcția extrăgînd pe y

$y = - \Delta y/\Delta_p \times p + \Delta_y/\Delta_p \times p_o + \Delta_p/\Delta_y \times \Delta_y/\Delta_p \times y_o$

$y = - \Delta_y/\Delta_p \times p + \Delta_y/\Delta_p \times p_o + y_o$

$\Delta y/\Delta_p \times p_o + y_0$ - termenul liber al ecuației

Întrucât cea de-a doua funcție am obținut-o prin inversarea primei, nu este de mare interes să arătăm că cele două funcții îndeplinesc toate proprietățile funcțiilor inverse. Considerăm totuşi că prezintă interes pentru reprezentarea grafică, având asociată şi o importantă semnificație economică o anumită caracteristică a celor două funcții inverse care fac obiectul expunerii noastre. Anume, faptul că funcțiile aici avute în vedere, Y(P) şi P(y), ca orice funcții inverse au tăieturile cu axele inversate. Vom ilustra cu mare uşurință acest aspect, în cele de mai jos, folosind desigur cele două funcții determinate ca mai sus, prin inversare.

Din funcția P(y), inițial determinată, deducem ordonata la origine:

P(y)

$y = 0$; $P = p_o + \Delta_p/\Delta_y \times y_o$

Din cealaltă funcție Y(p) extragem abscisa la origine şi constatăm că sunt egale.

Y(p)

$y = 0$; $P = p_o \times \Delta_y/\Delta_p \times \Delta_p/\Delta_y + y_o \times \Delta_p/\Delta_y$

Similar se arată că abscisa la origine a lui P(y) este egală cu ordonata la origine a lui Y(p).

Fără a intra în alte detalii de ordin matematic vom preciza că din punct de verere grafic (căruia i se asociază o semnificație economică incontestabilă), unei drepte aplatizate P(y), aşa cum am presupus-o noi într-o reprezentare tributară lucrărilor de macroeconomie, îi corespunde o dreaptă abruptă Y(p).

Pe această temă a schimbării raportului dintre cele două ordonate şi, respectiv abscise ale lui P(y) şi Y(p), în funcție de valoarea raportului dintre variațiile celor două variabile, respectiv Δp şi Δy am întreprins şi noi o mică demonstrație care încearcă să facă abstracție de indiciile pe care ni le oferă matematica, cu privire la funcțiile inverse, la care vom face referire ulterior.

În cele ce urmează vom scrie cele două funcții şi în mod independent una de alta – altfel spus, fără a recurge la metoda inversării uneia dintre ele.

Pentru identificarea ambelor funcții vom proceda aşa cum am făcut anterior, determinând P(y).

Baza de date comună va fi:

- coordonatele punctului de echilibru simultan E_0, respectiv p_0, y_0;
- variațiile asociate ale celor două variabile, respectiv Δ_p şi Δ_y care se găsesc într-un raport bine determinat.

Selectarea pe rând, a fiecăreia din ele, ca variabilă dependentă o plasează automat pe ordonată.

Cu aceste precizări cele două funcții pot fi scrise astfel:

ca anterior,

$P(y) = -\Delta_p/\Delta_y \times p + \Delta_p/\Delta_y \times y_o + p_0$

Pentru Y(p) parcurgem toți paşii:

$Y – y_0 = - \Delta_y/\Delta_p \times (p-p_0)$

$y = - \Delta_y/\Delta_p \times p + \Delta_y/\Delta_p \times p_0 + y_0$

$\Delta_y/\Delta_p \times p_0 + y_0$ – termen liber

Un raționament superficial, care ar viza numai faptul că cea de-a doua funcție nu a fost determinată prin inversare, nu le-ar califica drept funcții inverse.

Aceasta însă nu ar fi decât o gravă eroare.

Fără a testa dacă cele două funcții întrunesc caracteristicile funcțiilor inverse, un raționament riguros, fondat pe datele pe baza cărora au fost determinate, le poate conferi calitatea de funcții inverse.

Explicităm:

- sunt determinate pe baza coordonatelor aceluiaşi punct de echilibru E_0; schimbarea plasării pe axe, în mod alternativ, a celor două variabile va face ca acelaşi punct E_0, cu aceleaşi coordonate să aibă reprezentări diferite în plan; este un aspect absolut compatibil cu calitatea punctului E_0 de generator al fiecăreia din drepte, E_0 (p_0, y_0) trebuind să verifice ambele ecuații şi să se situeze pe ambele drepte – desigur având în vedere cele spuse mai sus, privind reprezentarea lui diferită în plan;
- variațiile asociate ale celor două variabile, Δ_p şi Δ_y sunt identice în cazul ambelor funcții, prin plasarea pe rând, a fiecărei variabile pe ordonată

se schimbă, pe de o parte, raportul dintre variațiile lor, mai precis se inversează, panta dreptei;pe de altă parte, aceeaşi schimbare a plasării pe axe a variabilelor care a indus inversarea pantei va schimba şi termenul liber. Cu mare uşurință se observă, fără a recurge la calcul, că termenul liber al fiecărei funcții divizat cu panta acesteia generează termenul liber al celeilalte, aceasta fiind una dintre proprietățile de identificare a funcțiilor inverse.

Chiar dacă baza de date comună – cu mențiunea inversării raportului Δ_y/Δ_p – ca şi metoda însăşi de determinare a funcțiilor, deşi independent una de alta ne furnizează suficiente indicii pentru calificarea lor drept inverse, vom ilustra totuşi mai jos, sub forma unui simplu exercițiu, faptul că cele două funcții identificate de noi întrunesc toate caracteristicile funcțiilor inverse.

Rescriem:

$P = -\Delta_p/\Delta_y \times y + \Delta_p/\Delta_y \times y_0 + p_0$

$y = -\Delta_y/\Delta_p + \Delta_y/\Delta_p \times p_0 + y_0$

Atât P(y), cât şi Y(p) întrunesc următoarele caracteristici, specifice funcțiilor inverse.

1) $\Delta_y/\Delta_p = 1/\Delta_p/\Delta_y$;

2) $\Delta_y/\Delta_p \times p_0 + y_0 = (\Delta_p/\Delta_y \times y_0 + p_0)/(\Delta_p/\Delta_y)$

$\Delta_p/\Delta_y \times \Delta_y/\Delta_p \times y_0 + \Delta_y/\Delta_p \times p_0 = \Delta_y/\Delta_p \times p_0 + y_0$;

3) PoY = y

YoP = y;

$PoY = -\Delta p/\Delta y(-\Delta y/\Delta p \times p) - \Delta p/\Delta y \times \Delta y/\Delta p \times p_0 - \Delta p/\Delta y \times y_0 + \Delta p/\Delta y \times y_0 + p_0$

PoY = p;

$YoP = -\Delta y/\Delta p(-\Delta p/\Delta y) \times y - \Delta y/\Delta p \times \Delta p/\Delta y \times y_0 - \Delta y/\Delta p \times p_0 + \Delta y/\Delta p \times p_0 + y_0$

YoP = y.

Rezultatele compunerii funcțiilor ne obligă să reamintim că de regulă,funcțiile inverse, notate f(x) şi $f^{-1}(x)$ sau g(x) au aceeaşi notație pentru argument x, z, t etc.

Noi am evitat să notăm la fel argumentul în cele două funții, pentru a nu altera semnificația economică deci, ca în situația obişnuită a două funcții inverse, PoY=YoP=y=p; ceea ce înseamnă că punctul lor de intersecție este pe prima bisectoare.

Simpla scriere a ecuațiilor – din aceeaşi bază de date, dar în mod independent-care exprimă legea de corespondență dintre variabile, în cazul celor două funcții face evidentă cea de-a doua caracteristică a funcțiilor inverse, mai sus menționată: inversarea tăieturilor cu axele.

Pe o temă înrudită, care nu înseamnă neapărat inversarea tăieturilor cu axele – proprietate deja evidențiată, - ci schimbarea raportului dintre cele două ordonate, respectiv abscise, în funcție de schimbarea raportului dintre variațiile celor două variabile Δ_p şi Δ_y am întreprins o mică demonstrație, făcînd abstracție de toate indiciile pe care ni le oferă matematica, referitor la funcțiile inverse.

În pasul întîi extragem ordonata la origine din ambele funcții:

Y(p): P = 0 $Y(p) = p_0 \times \Delta y/\Delta p + y_0$;

P(y): y = 0 $P(y) = y_0 \times \Delta p/\Delta_y + p_0$.

În pasul doi creăm trei situații diferite, prin schimbarea raportului dintre ordonate, în funcție de valoarea raportului $\Delta y/\Delta p$.

$\Delta y > \Delta_p$

P = 0 $Y(p) = p_0 \times \Delta y/\Delta p + y_0$; y = 0 $P(y) = y_0 \times \Delta p/\Delta_y + p_0$;

Aducem la acelaşi numitor expresiile termenilor liberi:

P = 0 $Y(p) = p_0 \times (\Delta y)^2 + y_0 \times \Delta p \times \Delta_y$;

Y = 0 $P(y) = y_0 \times (\Delta p)^2 + p_0 \times \Delta p \times \Delta_y$;

$p_0 \times (\Delta y)^2 > p_0 \times \Delta p \times \Delta_y$

$Y(p=0) > P(y=0)$; $y_o \times \Delta p \times \Delta_y > y_0 \times (\Delta p)^2$

Este limpede că cele două drepte vor trece prin unul şi acelaşi punct E_0 (p_0, y_0)

– cu reprezentări diferite în plan, din cauza plasării alternative pe axe a celor două variabile – şi vor avea ordonate inegale.

Dacă însă într-o a doua etapă vom extrage pentru fiecare funcție abscisa la origine vom ajunge inevitabil la concluzia că cele două funcții, nu numai că îşi schimbă raportul dintre coordonatele la origine, ci pur şi simplu, inversează între ele abscisa cu ordonata, ceea ce nu se întâmplă decât în cazul funcțiilor inverse.

În cazul II considerăm că realitatea economică ne indică următoarea situație: $\Delta_p = \Delta_y$

Compararea expresiilor ordonatelor la origine extrase anterior, în cazul acestei valori particulare a raportului $\Delta y/\Delta p$ ne conduce la concluzia că sunt egale. Dacă într-o a doua etapă am extrage abscisele la origine am constata că şi ele sunt de asemenea egale. Este singura situație în care punctul generator $E_0(p_0,y_0)$ are o unică reprezentare în plan, pentru că şi dreptele se suprapun, funcțiile fiind egale.

Dacă realitatea economică ne-ar indica o valoare a raportului $\Delta_y < \Delta_p$, compararea ordonatelor la origine extrase în cazul I ar genera tot o inegalitate, dar de sens contrar.

Deci $Y(p = 0) < P(y = 0)$

Considerăm că prin tot ceea ce am întreprins pe parcursul acestui demers am dovedit fidelitate față de tema propusă. Chiar dacă detaliile matematice abundă reamintim că tema propusă a fost identificarea funcției cererii agregate, pe caz simplificat, ca suport teoretic pentru teme economice majore şi nu abordarea în sine a acestor probleme, care pot şi trebuie să facă obiectul unor tratări distincte în cercetarea economică şi nu numai.

Considerăm că utilitatea demersului nostru este incontestabilă din următoarele considerente:

- pentru tratarea unor teme economice majore este necesară considerarea cererii agregate în dinamică deci luarea în considerare atât a extensiei, cât şi a contracției ei;
- luarea în considerare a cererii agregate sub aspect dinamic este indisolubil legată de considerarea ei la un moment dat; altfel spus considerăm că atât extensia, cât şi contracția cererii agregate fac strict necesară identificarea ecuației ei, cu care ulterior să putem lucra, în sensul dorit de noi sau dictat de realitatea economică.

Fără o lege riguroasă de corespondență între cele două variabile, figurarea extensiei, respectiv a contracției cererii, prin translarea în dreapta sau stânga planului conține o doză mare de arbitrariu şi ne poate fi de folos, în exclusivitate orientativ.